



# **COMPÉTENCES MATHÉMATIQUES**

**Journées IREM  
ESPE**

**Judi 6 octobre 2016**

# PLAN

Historique

Les compétences

Evaluations PISA et CEDRE

Les six compétences mathématiques

Mise en évidence des compétences mathématiques dans deux problèmes.

# HISTORIQUE

XVème siècle : Le terme de compétence désigne la **légitimité** et **l'autorité conférée aux institutions pour traiter de problèmes déterminés** (un tribunal est compétent en matière de ...)

Fin du XVIIIème siècle, sa signification s'est étendue au niveau individuel et désigne **toute capacité due au savoir et à l'expérience**.

Années 1980 : Le concept de compétence est repris dans le milieu professionnel. Il s'agit **d'interroger les processus cognitifs mis en œuvre par les acteurs, pour accomplir certaines tâches**.

Dans l'éducation, **des évaluations se construisent autour du concept de compétence** :

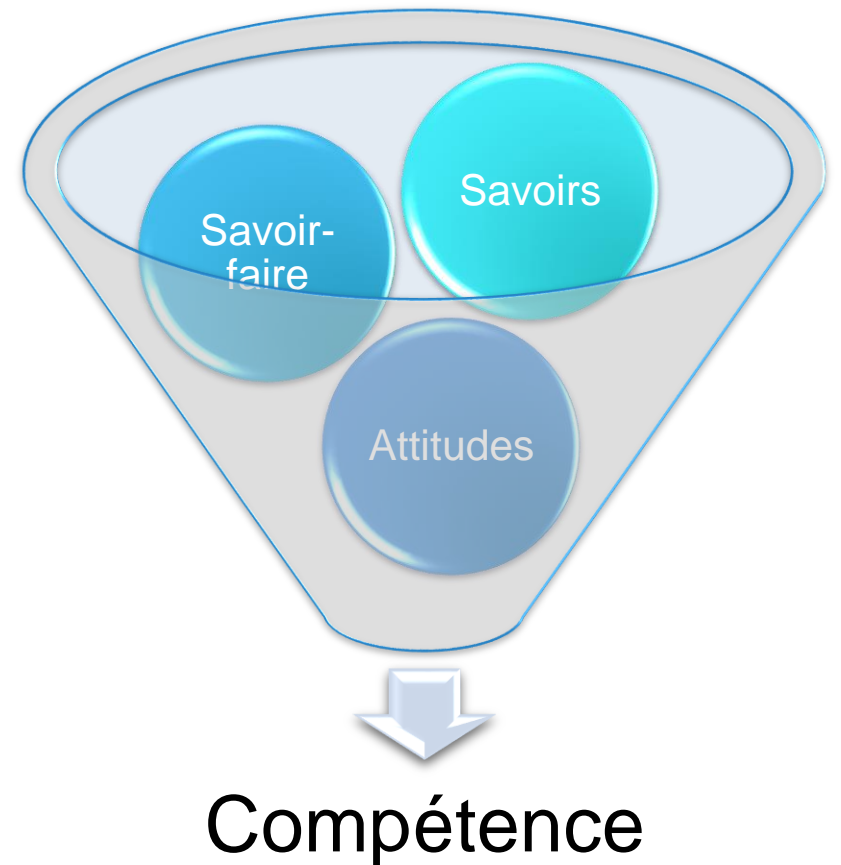
- PISA à partir de 1997
- CEDRE à partir de 2003

# Les compétences

Une compétence repose sur la **mobilisation** et la **combinaison** de **ressources** propres à l'élève (connaissances, capacités et attitudes) pour **accomplir une tâche**.

**Objectifs** : Rendre opérationnels les savoirs et savoir-faire, donner du sens aux savoirs

Les compétences à construire en mathématiques sont à relier à une caractéristique essentielle de l'activité mathématique : **la résolution de problèmes**.

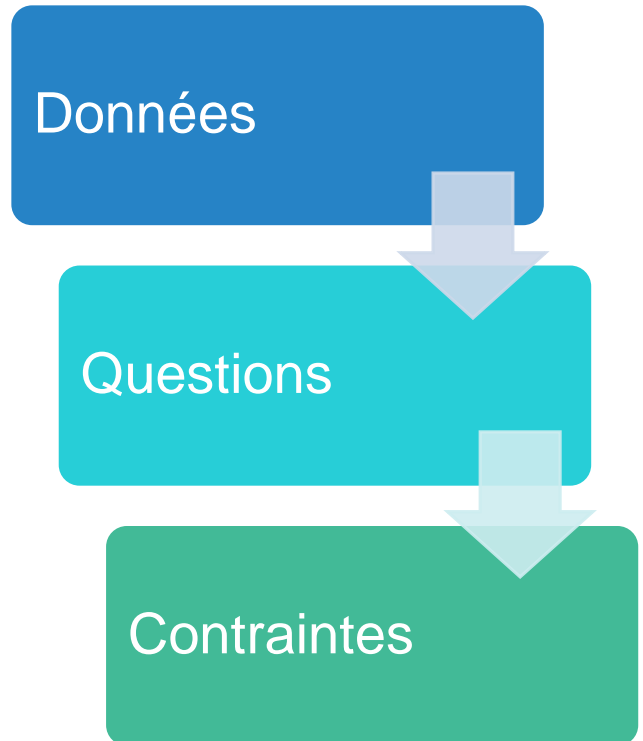


# L'activité mathématique

CHEVALLARD, 1991 : « Les mathématiques sont moins un ensemble de connaissances (à acquérir) ou un corpus d'énoncés (à apprendre) qu'une **activité spécifique** dont les éléments essentiels sont

- des **problèmes** que l'on s'essaie à résoudre et qui sont en quelque sorte le moteur de l'activité mathématique,
- et des **outils** (concepts, méthodes, techniques) dont la construction elle-même est un problème mathématique et qui seront mis en fonctionnement pour résoudre des problèmes ».

Quand l'élève est confronté à une situation pour laquelle il n'a pas d'emblée de solution, Il doit prendre en compte : des données de départ ; des questions visant à préciser le but recherché ; des contraintes.



# EVALUATIONS PISA ET CEDRE

## PISA

- Qu'est-ce qu'il est important que les élèves sachent et soient capables de faire dans des situations en rapport avec les mathématiques ?



## CEDRE

- Quelles sont les compétences des élèves à la fin de l'école, du collège ?



# PISA

## Culture mathématique

- Aptitude d'un individu à formuler, employer et interpréter des mathématiques dans un éventail de contextes, soit de se livrer à un raisonnement mathématique et d'utiliser des concepts, procédures faits et outils mathématiques pour décrire, expliquer et prévoir des phénomènes.



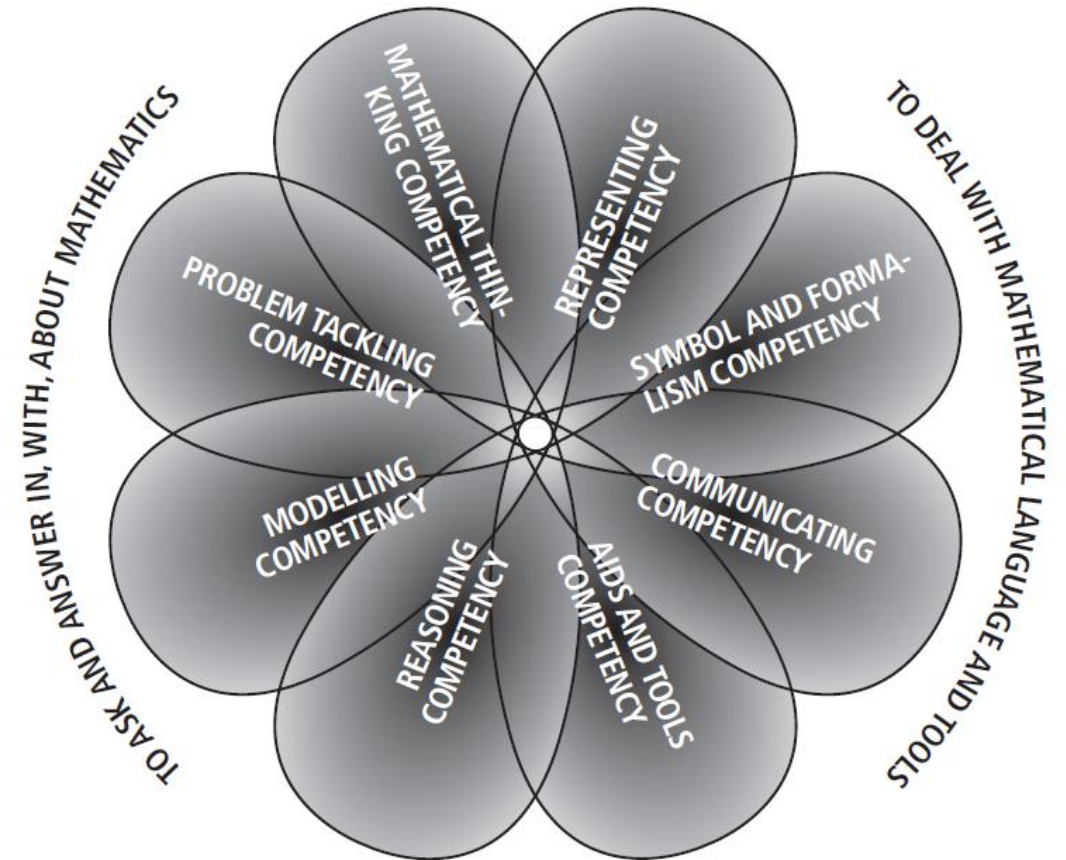
# CADRE PISA 2003

## Questionner et répondre en, avec et autour des mathématiques

1. Pensée et raisonnement mathématique
2. Création et résolution de problèmes
3. Modélisation
4. Argumentation mathématique

## Utiliser les langages et outils mathématiques

5. Utilisation d'instruments et d'outils
6. Communication mathématique
7. Utilisation d'un langage et d'opérations de nature symbolique, formelle et technique
8. Représentation



La fleur des compétences (Niss)



# CADRE PISA 2012

Communication

Mathématisation

Représentation

Raisonnement et argumentation

Conception de stratégies de résolution de problèmes

Utilisation d'opérations et d'un langage symbolique, formel et technique

Utilisation d'outils mathématiques

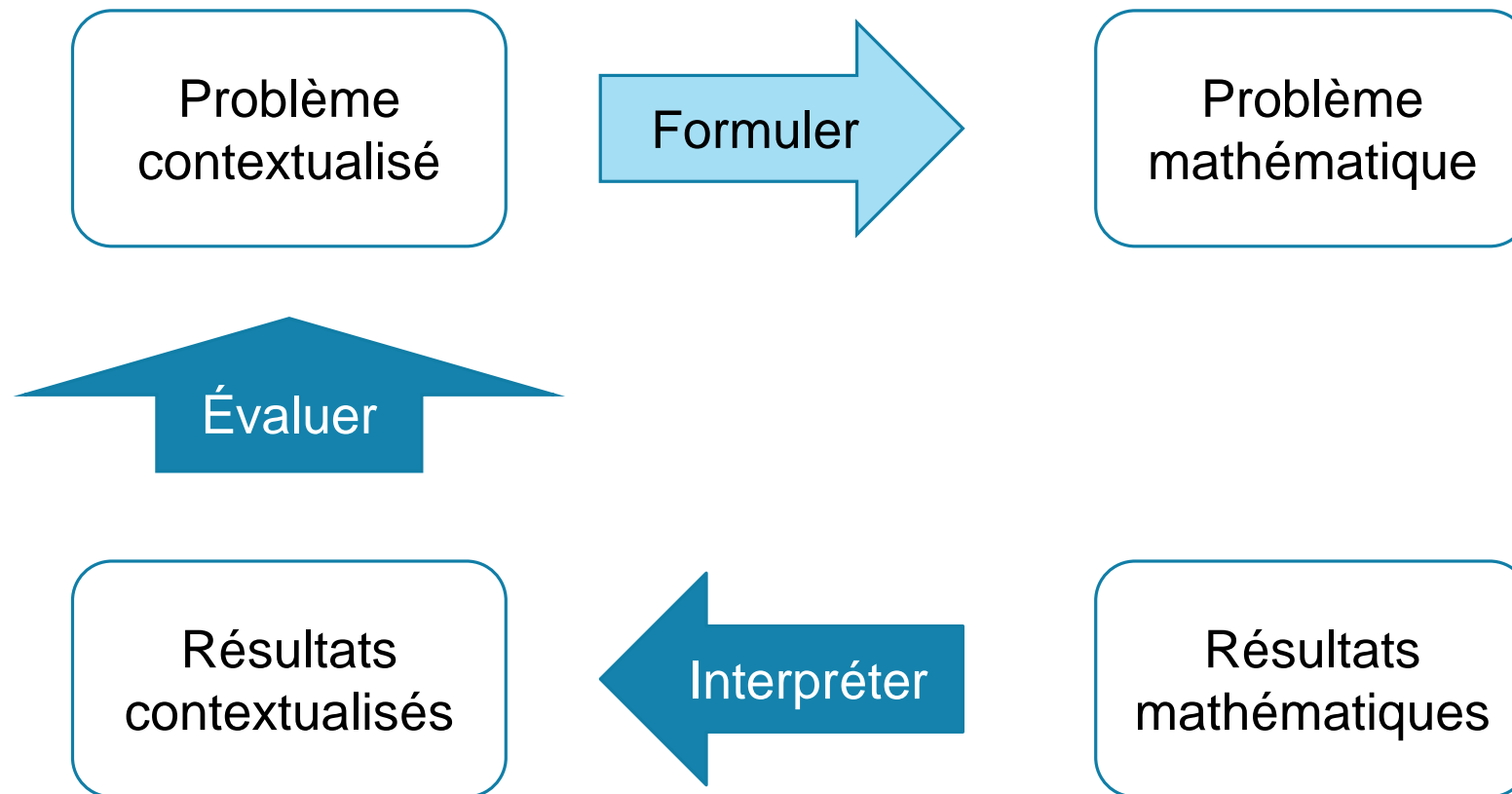
# COMMUNICATION

**Lire**, **décoder** et **interpréter** des énoncés, des questions, des tâches ou des données.

**Résumer** et **présenter** des résultats intermédiaires.

**Présenter** sa solution, voire l'**expliquer** ou la **justifier**

# MATHEMATISATION



# REPRÉSENTATION

**Représentations** : des graphiques, des tableaux, des diagrammes, des images, des équations, des formules et des matériaux concrets.

**Sélectionner**, **interpréter** et **utiliser** diverses représentations pour se faire une idée du problème

**Passer** d'une représentation à l'autre pour résoudre le problème ou présenter le travail.

# RAISONNEMENT ET ARGUMENTATION

**Engager** des processus logiques

**Explorer** et **relier** des éléments du problème pour en dégager des inférences

**Vérifier** une justification fournie ou **justifier** une affirmation ou une solution.

# CONCEPTION DE STRATÉGIES DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

**Sélectionner** ou **concevoir** une approche ou une stratégie, permettant d'utiliser les mathématiques pour reconnaître, formuler et résoudre les problèmes.

# UTILISATION D'OPÉRATIONS ET D'UN LANGAGE SYMBOLIQUE, FORMEL ET TECHNIQUE

*Utiliser des opérations et un langage symbolique, formel et technique.*

Ce qui consiste à **comprendre**, **interpréter**, **manipuler** et **employer** des expressions symboliques dans un contexte mathématique régi par des définitions, des conventions et des règles mathématiques.

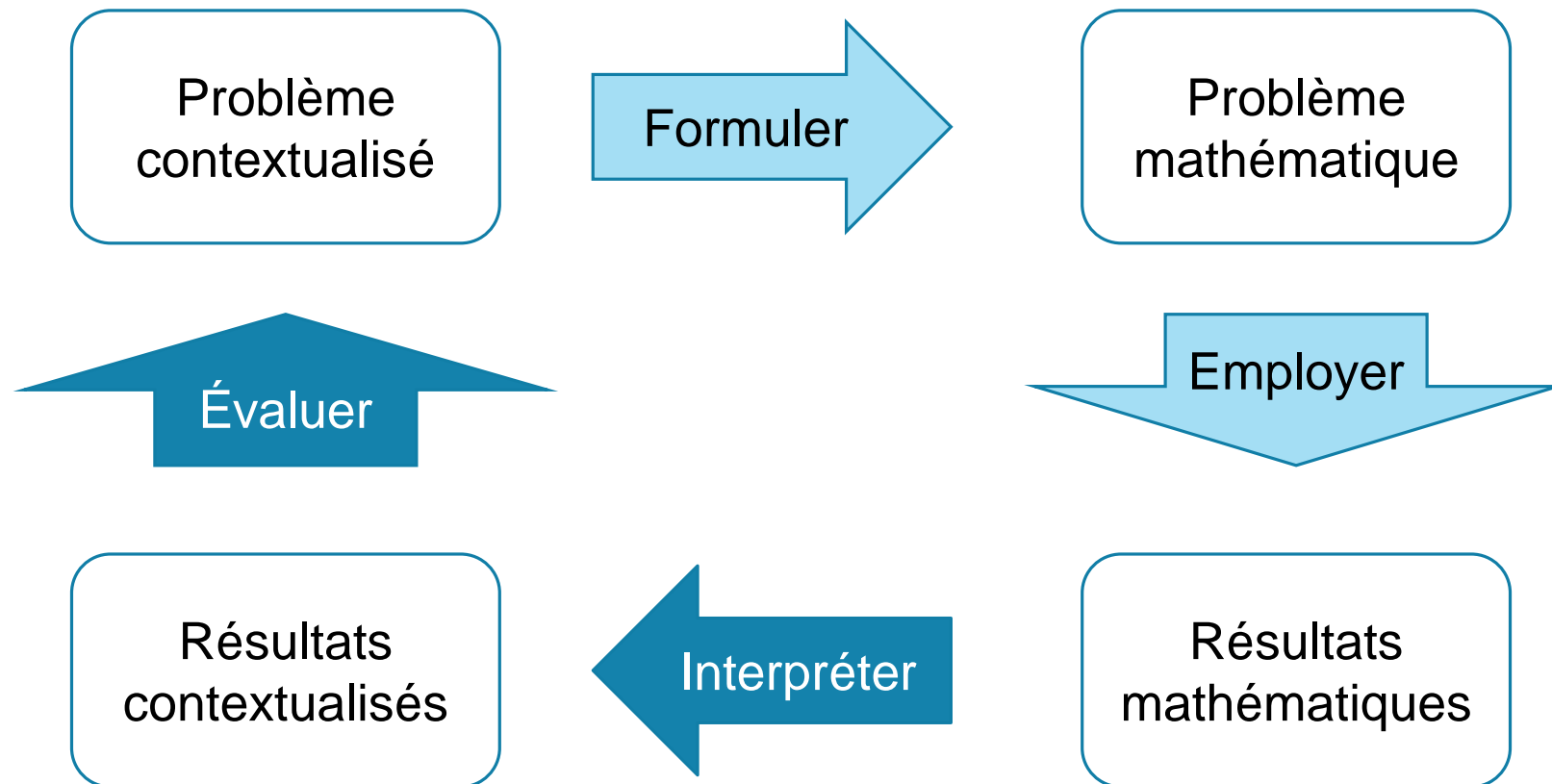
# *UTILISATION D'OUTILS MATHÉMATIQUES*

**Outils mathématiques** : instruments de mesure et de géométrie, calculatrices et outils informatiques.

Capacité à les **utiliser** et à **avoir conscience** de leurs limites.



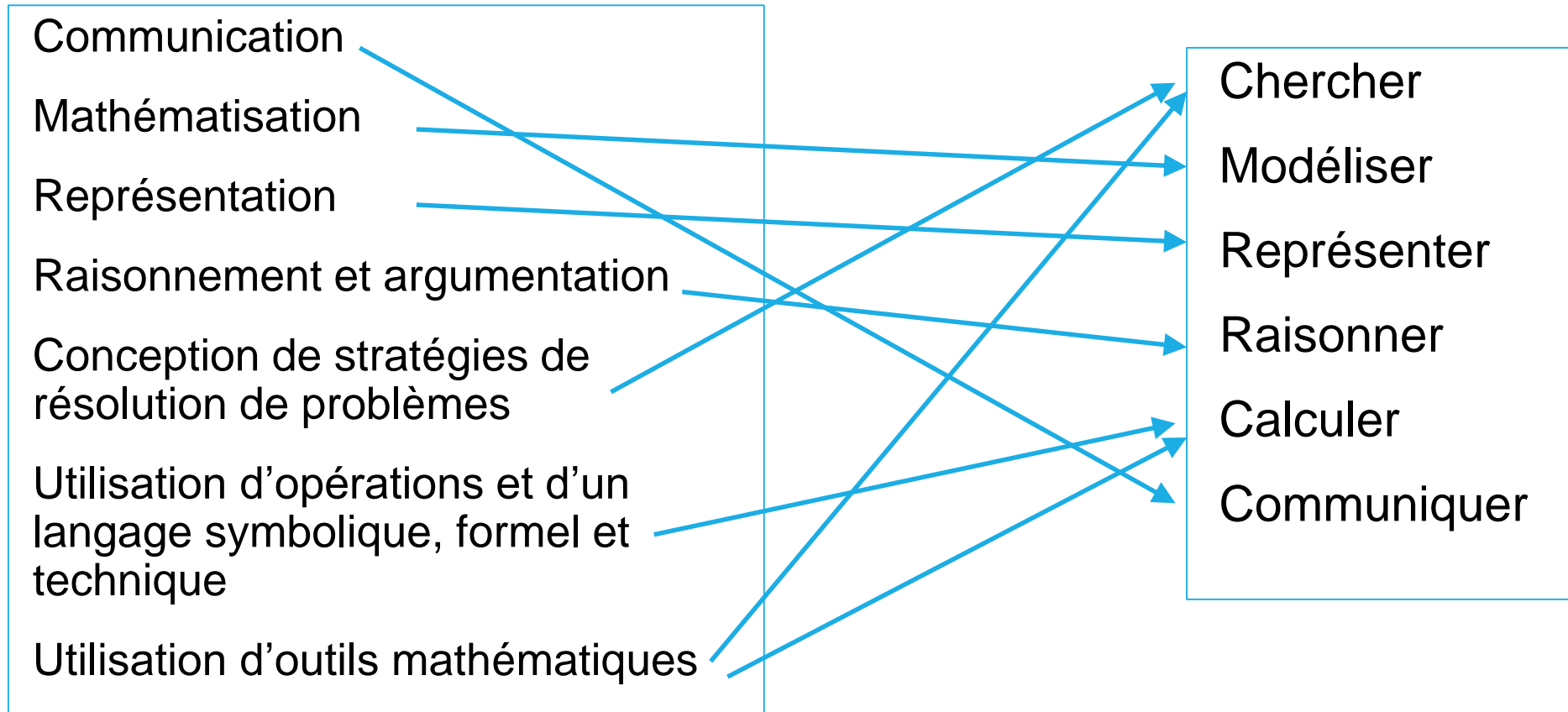
# CYCLE DES PROBLEMES PISA



# Les compétences mathématiques en France

Du cycle 2 au lycée	BTS	CPGE
Chercher	S'informer Chercher	S'engager dans une recherche, mettre en œuvre des stratégies
Modéliser	Modéliser	Modéliser
Représenter	Illustrer	Représenter
Calculer	Calculer, mettre en œuvre une stratégie	Calculer, utiliser le langage symbolique
Raisonner	Raisonner , argumenter	Raisonner, argumenter
Communiquer	Communiquer	Communiquer

# COMPARATIF



# CHERCHER

Cycle 2	Cycle 3	Cycle 4
<p>↪ <b>S'engager dans une démarche</b> de résolution de problèmes en <b>observant</b>, en posant des <b>questions</b>, en <b>manipulant</b>, en <b>expérimentant</b>, en <b>émittant des hypothèses</b>, si besoin avec l'accompagnement du professeur après un temps de recherche autonome.</p> <p>↪ <b>Tester, essayer plusieurs pistes</b> proposées par soi-même, les autres élèves ou le professeur.</p>	<p>↪ Prélever et organiser les informations nécessaires à la résolution de problèmes à partir de supports variés : textes, tableaux, diagrammes, graphiques, dessins, schémas, etc.</p> <p>↪ <b>S'engager dans une démarche, observer, questionner, manipuler, expérimenter, émettre des hypothèses</b>, en mobilisant des outils ou des procédures mathématiques déjà rencontrées, en élaborant un raisonnement adapté à une situation nouvelle.</p> <p>↪ <b>Tester, essayer plusieurs pistes</b> de résolution.</p>	<p>↪ Extraire d'un document les informations utiles, les reformuler, les organiser, les confronter à ses connaissances.</p> <p>↪ <b>S'engager dans une démarche scientifique, observer, questionner, manipuler, expérimenter</b> (sur une feuille de papier, avec des objets, à l'aide de logiciels), <b>émettre des hypothèses</b>, chercher des exemples ou des contre-exemples, simplifier ou particulariser une situation, émettre une conjecture.</p> <p>↪ <b>Tester, essayer plusieurs pistes</b> de résolution.</p> <p>↪ Décomposer un problème en sous-problèmes.</p>

# CHERCHER

Cycle 3	Cycle 4	Lycée
<p>↪ <b>Prélever</b> et <b>organiser</b> les <b>informations</b> nécessaires à la résolution de problèmes à partir de <b>supports variés</b> : textes, tableaux, diagrammes, graphiques, dessins, schémas, etc.</p> <p>↪ <b>S'engager dans une démarche, observer, questionner, manipuler, expérimenter, émettre des hypothèses</b>, en mobilisant des outils ou des procédures mathématiques déjà rencontrées, en élaborant un raisonnement adapté à une situation nouvelle.</p> <p>↪ <b>Tester, essayer</b> plusieurs pistes de résolution.</p>	<p>↪ <b>Extraire</b> d'un document les <b>informations</b> utiles, les reformuler, les <b>organiser</b>, les confronter à ses connaissances.</p> <p>↪ <b>S'engager dans une démarche scientifique, observer, questionner, manipuler, expérimenter</b> (sur une feuille de papier, avec des objets, à l'aide de logiciels), <b>émettre des hypothèses</b>, chercher des exemples ou des contre-exemples, simplifier ou particulariser une situation, <b>émettre une conjecture</b>.</p> <p>↪ <b>Tester, essayer</b> plusieurs pistes de résolution.</p> <p>↪ Décomposer un problème en sous-problèmes.</p>	<p>↪ Analyser un problème.</p> <p>↪ <b>Extraire, organiser</b> et traiter <b>l'information</b> utile.</p> <p>↪ <b>Observer, s'engager dans une démarche, expérimenter</b> en utilisant éventuellement des outils logiciels, chercher des exemples ou des contre-exemples, simplifier ou particulariser une situation, reformuler un problème, <b>émettre une conjecture</b>.</p> <p>↪ Valider, corriger une démarche, ou en adopter une nouvelle.</p>

# MODÉLISER

Cycle 2	Cycle 3	Cycle 4
<ul style="list-style-type: none"><li>↪ Utiliser des outils mathématiques pour <b>résoudre</b> des <b>problèmes</b> concrets, notamment des problèmes portant sur des grandeurs et leurs mesures.</li><li>↪ Réaliser que certains problèmes relèvent de situations additives, d'autres de situations multiplicatives, de partages ou de groupements.</li><li>↪ <b>Reconnaitre</b> des formes dans des objets réels et les reproduire géométriquement.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>↪ Utiliser les mathématiques pour <b>résoudre</b> quelques <b>problèmes</b> issus de situations de la vie quotidienne.</li><li>↪ Reconnaître et distinguer des problèmes relevant de situations additives, multiplicatives, de proportionnalité.</li><li>↪ <b>Reconnaitre</b> des situations réelles pouvant être modélisées par des relations géométriques (alignement, parallélisme, perpendicularité, symétrie).</li><li>↪ Utiliser des propriétés géométriques pour reconnaître des objets.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>↪ <b>Reconnaitre</b> des situations de proportionnalité et <b>résoudre</b> les <b>problèmes</b> correspondants.</li><li>↪ Traduire en langage mathématique une situation réelle (par exemple, à l'aide d'équations, de fonctions, de configurations géométriques, d'outils statistiques).</li><li>↪ Comprendre et utiliser une simulation numérique ou géométrique.</li><li>↪ Valider ou invalider un modèle, comparer une situation à un modèle connu (par exemple un modèle aléatoire).</li></ul>

# MODÉLISER

Cycle 3	Cycle 4	Lycée
<ul style="list-style-type: none"><li>↪ <b>Utiliser les mathématiques</b> pour résoudre quelques <b>problèmes</b> issus de situations de la vie quotidienne.</li><li>↪ Reconnaître et distinguer des problèmes relevant de situations additives, multiplicatives, de proportionnalité.</li><li>↪ Reconnaître des situations réelles pouvant être modélisées par des <b>relations géométriques</b> (alignement, parallélisme, perpendicularité, symétrie).</li><li>↪ Utiliser des propriétés géométriques pour reconnaître des objets.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>↪ Reconnaître des situations de proportionnalité et résoudre les <b>problèmes</b> correspondants.</li><li>↪ <b>Traduire en langage mathématique</b> une situation réelle (par exemple, à l'aide d'équations, de fonctions, de <b>configurations géométriques</b>, d'outils statistiques).</li><li>↪ Comprendre et utiliser une simulation numérique ou géométrique.</li><li>↪ Valider ou invalider un modèle, comparer une situation à un modèle connu (par exemple un modèle aléatoire).</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>↪ <b>Traduire en langage mathématique</b> une <b>situation réelle</b> (à l'aide d'équations, de suites, de fonctions, de <b>configurations géométriques</b>, de graphes, de lois de probabilité, d'outils statistiques ...).</li><li>↪ Utiliser, comprendre, élaborer une simulation numérique ou géométrique prenant appui sur la modélisation et utilisant un logiciel.</li><li>↪ Valider ou invalider un modèle.</li></ul>

# REPRÉSENTER

Cycle 2	Cycle 3	Cycle 4
<ul style="list-style-type: none"><li>↪ Appréhender différents systèmes de représentations (<b>dessins</b>, <b>schémas</b>, arbres de calcul, etc.).</li><li>↪ Utiliser des <b>nombres</b> pour représenter des quantités ou des grandeurs.</li><li>↪ Utiliser diverses <b>représentations de solides</b> et de situations spatiales.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>↪ Utiliser des outils pour représenter un problème : <b>dessins</b>, <b>schémas</b>, diagrammes, graphiques, écritures avec parenthésages, ...<ul style="list-style-type: none"><li>↪ Produire et utiliser diverses représentations des fractions simples et des <b>nombres</b> décimaux.</li></ul></li><li>↪ Analyser une figure plane sous différents aspects (surface, contour de celle-ci, lignes et points)</li><li>↪ Reconnaître et utiliser des premiers éléments de codages d'une figure plane ou d'un solide.</li><li>↪ Utiliser et produire des <b>représentations de solides</b> et de situations spatiales.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>↪ Choisir et mettre en relation des cadres (numérique, algébrique, géométrique) adaptés pour traiter un problème ou pour étudier un objet mathématique.</li><li>↪ Produire et utiliser plusieurs représentations des <b>nombres</b>.</li><li>↪ Représenter des données sous forme d'une série statistique.</li><li>↪ Utiliser, produire et mettre en relation des <b>représentations de solides</b> (par exemple, perspective ou vue de dessus/de dessous) et de situations spatiales (<b>schémas</b>, <b>croquis</b>, maquettes, patrons, figures géométriques, photographies, plans, cartes, courbes de niveau).</li></ul>



# REPRÉSENTER

Cycle 3	Cycle 4	Lycée
<ul style="list-style-type: none"><li>↪ Utiliser des <b>outils pour représenter un problème</b> : dessins, schémas, diagrammes, graphiques, écritures avec parenthésages, ...</li><li>↪ Produire et utiliser <b>diverses représentations</b> des fractions simples et des nombres décimaux.</li><li>↪ Analyser une figure plane sous <b>différents aspects</b> (surface, contour de celle-ci, lignes et points)</li><li>↪ Reconnaître et utiliser des premiers éléments de codages d'une figure plane ou d'un solide.</li><li>↪ Utiliser et produire des représentations de solides et de situations spatiales.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>↪ Choisir et mettre en relation des <b>cadres</b> (numérique, algébrique, géométrique) adaptés pour traiter un problème ou pour étudier un objet mathématique.</li><li>↪ Produire et utiliser <b>plusieurs représentations</b> des nombres.</li><li>↪ Représenter des données sous forme d'une série statistique.</li><li>↪ Utiliser, produire et mettre en relation des représentations de solides (par exemple, perspective ou vue de dessus/de dessous) et de situations spatiales (schémas, croquis, maquettes, patrons, figures géométriques, photographies, plans, cartes, courbes de niveau).</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>↪ Choisir un <b>cadre</b> (numérique, algébrique, géométrique...) adapté pour traiter un problème ou pour représenter un objet mathématique.</li><li>↪ <b>Passer d'un mode de représentation à un autre.</b></li><li>↪ Changer de registre.</li></ul>

# RAISONNER

Cycle 2	Cycle 3	Cycle 4
<ul style="list-style-type: none"><li>↪ Anticiper le résultat d'une manipulation, d'un calcul, ou d'une mesure.</li><li>↪ <b>Raisonner</b> sur des figures pour les reproduire avec des instruments.</li><li>↪ <b>Tenir compte d'éléments divers</b> (<b>arguments d'autrui</b>, résultats d'une expérience, sources internes ou externes à la classe, etc.) pour modifier son jugement.</li><li>↪ Prendre progressivement conscience de la nécessité et de l'intérêt de <b>justifier ce que l'on affirme</b>.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>↪ Résoudre des problèmes nécessitant l'organisation de données multiples ou la construction d'une démarche qui combine des étapes de raisonnement.</li><li>↪ En géométrie, passer progressivement de la perception au contrôle par les instruments pour amorcer des <b>raisonnements</b> s'appuyant uniquement sur des propriétés des figures et sur des relations entre objets.</li><li>↪ Progresser collectivement dans une investigation en <b>sachant prendre en compte le point de vue d'autrui</b>.</li><li>↪ <b>Justifier ses affirmations</b> et rechercher la validité des informations dont on dispose.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>↪ Résoudre des problèmes impliquant des grandeurs variées (géométriques, physiques, économiques) : mobiliser les connaissances nécessaires, analyser et exploiter ses erreurs, mettre à l'essai plusieurs solutions.</li><li>↪ Mener collectivement une investigation en <b>sachant prendre en compte le point de vue d'autrui</b>.</li><li>↪ Démontrer : utiliser un <b>raisonnement</b> logique et des règles établies (propriétés, théorèmes, formules) pour parvenir à une conclusion.</li><li>↪ Fonder et <b>défendre ses jugements</b> en s'appuyant sur des résultats établis et sur sa maîtrise de l'argumentation.</li></ul>

# RAISONNER

Cycle 3	Cycle 4	Lycée
<ul style="list-style-type: none"><li>↳ Résoudre des problèmes nécessitant l'organisation de données multiples ou la construction d'une démarche qui combine des étapes de raisonnement.</li><li>↳ En géométrie, passer progressivement de la perception au contrôle par les instruments pour <b>amorcer des raisonnements</b> s'appuyant uniquement sur des <b>propriétés</b> des figures et sur des <b>relations</b> entre objets.</li><li>↳ Progresser collectivement dans une <b>investigation</b> en sachant prendre en compte le point de vue d'autrui.</li><li>↳ Justifier ses affirmations et rechercher la validité des informations dont on dispose.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>↳ Résoudre des problèmes impliquant des grandeurs variées (géométriques, physiques, économiques) : mobiliser les connaissances nécessaires, analyser et exploiter ses erreurs, mettre à l'essai plusieurs solutions.</li><li>↳ Mener collectivement une <b>investigation</b> en sachant prendre en compte le point de vue d'autrui.</li><li>↳ <b>Démontrer</b> : <b>utiliser un raisonnement logique</b> et des règles établies (propriétés, théorèmes, formules) pour parvenir à une conclusion.</li><li>↳ Fonder et défendre ses jugements en s'appuyant sur des résultats établis et sur sa maîtrise de l'argumentation.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>↳ Utiliser <b>les notions de la logique</b> élémentaire (conditions nécessaires ou suffisantes, équivalences, connecteurs) pour bâtir un raisonnement.</li><li>↳ Différencier le <b>statut des énoncés</b> mis en jeu : définition, propriété, théorème démontré, théorème admis...</li><li>↳ <b>Utiliser différents types de raisonnement</b> (par analyse et synthèse, par équivalence, par disjonction de cas, par l'absurde, par contraposée, par récurrence...).</li><li>↳ Effectuer des <b>inférences</b> (inductives, déductives) pour obtenir de nouveaux résultats, conduire une <b>démonstration</b>, confirmer ou infirmer une conjecture, prendre une décision.</li></ul>

# CALCULER

Cycle 2	Cycle 3	Cycle 4
<p>↪ <b>Calculer</b> avec des <b>nombre</b>s entiers, <b>mentalement</b> ou à la main, de <b>manière exacte ou approchée</b>, en utilisant des stratégies adaptées aux nombres en jeu.</p> <p>↪ <b>Contrôler la vraisemblance de ses résultats</b>.</p>	<p>↪ <b>Calculer</b> avec des <b>nombre</b>s décimaux, de <b>manière exacte ou approchée</b>, en utilisant des stratégies ou des techniques appropriées (<b>mentalement</b>, en ligne, ou en posant les opérations).</p> <p>↪ <b>Contrôler la vraisemblance de ses résultats</b>.</p> <p>↪ Utiliser une calculatrice pour trouver ou vérifier un résultat.</p>	<p>↪ <b>Calculer</b> avec des <b>nombre</b>s rationnels, de <b>manière exacte ou approchée</b>, en combinant de façon appropriée le calcul <b>mental</b>, le calcul posé et le calcul instrumenté (calculatrice ou logiciel).</p> <p>↪ <b>Contrôler la vraisemblance de ses résultats</b>, notamment en estimant des ordres de grandeur ou en utilisant des encadrements.</p> <p>↪ Calculer en utilisant le langage algébrique (lettres, symboles, etc.).</p>

# CALCULER

Cycle 3	Cycle 4	Lycée
<ul style="list-style-type: none"><li>↪ <b>Calculer</b> avec des nombres décimaux, de <b>manière exacte ou approchée</b>, en utilisant des stratégies ou des techniques appropriées (<b>mentalement</b>, en ligne, ou en posant les opérations).</li><li>↪ <b>Contrôler la vraisemblance de ses résultats.</b></li><li>↪ Utiliser une <b>calculatrice</b> pour trouver ou vérifier un résultat.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>↪ <b>Calculer</b> avec des nombres rationnels, de <b>manière exacte ou approchée</b>, en combinant de façon appropriée le calcul <b>mental</b>, le calcul posé et le calcul instrumenté (<b>calculatrice</b> ou <b>logiciel</b>).</li><li>↪ <b>Contrôler la vraisemblance de ses résultats</b>, notamment en estimant des ordres de grandeur ou en utilisant des encadrements.</li><li>↪ Calculer en utilisant le langage algébrique (lettres, symboles, etc.).</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>↪ Effectuer un <b>calcul</b> automatisable à la main ou à l'aide d'un instrument (<b>calculatrice, logiciel</b>).</li><li>↪ Mettre en œuvre des algorithmes simples.</li><li>↪ <b>Exercer l'intelligence du calcul</b> : organiser les différentes étapes d'un calcul complexe, choisir des transformations, effectuer des simplifications.</li><li>↪ <b>Contrôler les calculs</b> (au moyen d'ordres de grandeur, de considérations de signe ou d'encadrement).</li></ul>

# COMMUNIQUER

Cycle 2	Cycle 3	Cycle 4
<p>↳ Utiliser l'oral et l'écrit, le langage naturel puis quelques représentations et quelques symboles pour expliciter des démarches, <b>argumenter</b> des <b>raisonnements</b>.</p>	<p>↳ Utiliser progressivement un vocabulaire adéquat et/ou des notations adaptées pour décrire une situation, exposer une argumentation.</p> <p>↳ Expliquer sa démarche ou son <b>raisonnement</b>, comprendre les explications d'un autre et <b>argumenter</b> dans l'échange.</p>	<p>↳ Faire le lien entre le langage naturel et le langage algébrique.</p> <p>↳ Distinguer des spécificités du langage mathématique par rapport à la langue française.</p> <p>↳ Expliquer à l'oral ou à l'écrit (sa démarche, son <b>raisonnement</b>, un calcul, un protocole de construction géométrique, un algorithme), comprendre les explications d'un autre et <b>argumenter</b> dans l'échange.</p> <p>↳ Vérifier la validité d'une information et distinguer ce qui est objectif et ce qui est subjectif ; lire, interpréter, commenter, produire des tableaux, des graphiques, des diagrammes.</p>

# COMMUNIQUER

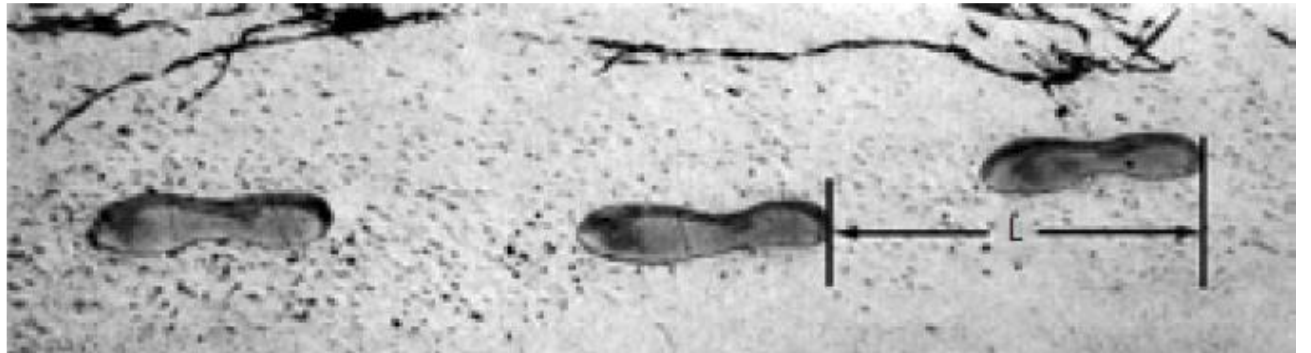
Cycle 3	Cycle 4	Lycée
<ul style="list-style-type: none"><li>↪ Utiliser progressivement un <b>vocabulaire adéquat</b> et/ou des <b>notations adaptées</b> pour décrire une situation, exposer une argumentation.</li><li>↪ <b>Expliquer</b> sa démarche ou son raisonnement, <b>comprendre</b> les explications d'un autre et <b>argumenter</b> dans l'échange.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>↪ Faire le <b>lien</b> entre le langage naturel et le langage algébrique.</li><li>↪ <b>Distinguer</b> des spécificités du langage mathématique par rapport à la langue française.</li><li>↪ <b>Expliquer</b> à l'oral ou à l'écrit (sa démarche, son raisonnement, un calcul, un protocole de construction géométrique, un algorithme), <b>comprendre</b> les explications d'un autre et <b>argumenter</b> dans l'échange.</li><li>↪ <b>Vérifier</b> la validité d'une information et distinguer ce qui est objectif et ce qui est subjectif ; lire, interpréter, commenter, produire des tableaux, des graphiques, des diagrammes.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>↪ Opérer la <b>conversion</b> entre le langage naturel et le langage symbolique formel.</li><li>↪ Développer une <b>argumentation</b> mathématique correcte à l'écrit ou à l'oral.</li><li>↪ <b>Critiquer</b> une démarche ou un résultat.</li><li>↪ <b>S'exprimer</b> avec clarté et précision à l'oral et à l'écrit.</li></ul>

# PISA 2003 : MARCHE À PIED

L'image montre les traces de pas d'un homme en train de marcher. La longueur de pas  $L$  est la distance entre l'arrière de deux traces de pas consécutives. Pour les hommes, la formule  $nL = 140$  donne un rapport approximatif entre  $n$  et  $L$  où :

$n$  = nombre de pas par minutes

$L$  = longueur de pas en mètres.



## QUESTION 1

Si la formule s'applique à la façon de marcher d'Henri et qu'Henri fait 70 pas par minute, quelle est la longueur de pas d'Henri ? Montrez vos calculs. [Taux de réussite international Pisa 2003 = 36%]

## QUESTION 2

Bernard sait que la longueur de son pas est de 0,80 mètre. La formule s'applique à sa façon de marcher. Calculez la vitesse à laquelle marche Bernard en mètres par minute et en kilomètres par heure. Montrez vos calculs. [21%]



# COMPÉTENCES (MARCHE À PIED)

**Chercher** : lire et comprendre l'énoncé, en revanche pas de mise en place de la stratégie à adopter. Elle est formulée de manière très claire.

**Modéliser** : n'intervient pas car le modèle mathématique est fourni.

**Représenter** : mettre en correspondance un élément graphique, du texte et une expression algébrique.

**Calculer** : s'impose pour procéder à la substitution et manipuler l'expression pour faire en sorte que  $L$  ou  $n$  devienne le sujet de l'équation.

**Raisonner** : rôle minime car la tâche est formulée de manière claire et tous les éléments requis sont évidents.

**Communiquer** : articuler la solution et montrer le cheminement.

# PISA : PIZZAS

Une pizzeria propose deux pizzas rondes de la même épaisseur, de tailles différentes. La plus petite a un diamètre de 30 cm et coûte 30 zeds. La plus grande a un diamètre de 40 cm et coûte 40 zeds.

Laquelle des deux pizzas est la plus avantageuse par son prix ? Indiquez votre raisonnement.

# COMPÉTENCES PIZZAS

**Chercher** : lire et interpréter les données intervient peu, l'énoncé est assez direct.

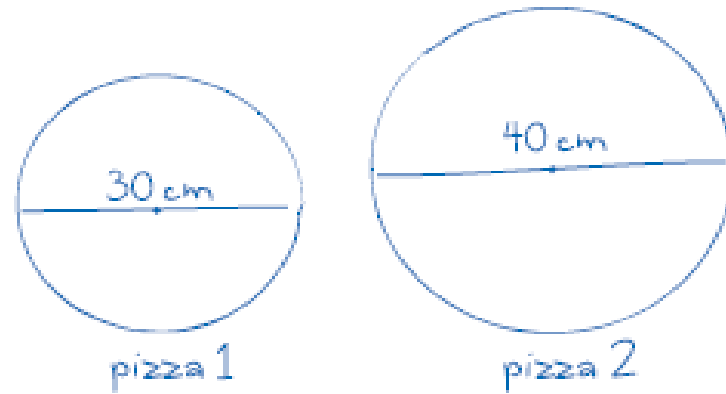
**Modéliser**, clé du problème : formuler un modèle pour décrire le concept « avantageuse par son prix ».

**Représenter** : création de la représentation symbolique de la formule permettant de calculer la superficie et l'expression de taux qui représentent le concept « avantageuse par son prix ».

**Calculer** : calculer l'aire du disque et les taux, utiliser la calculatrice.

**Raisonner**, compétence mise à contribution de façon capitale : ignorer l'épaisseur ; justifier l'approche adoptée et les résultats obtenus ; concevoir des stratégies permettant de contrôler les calculs et les processus de modélisation (aspect difficile).

**Communiquer** : présenter et expliquer la solution.



L'épaisseur est identique, je peux donc comparer les aires.

$$\begin{aligned}\text{Aire de la pizza 1} &= \pi r^2 \\ &= \pi \times 15 \times 15 \text{ cm}^2 \\ &= 706,5 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Aire de la pizza 2} &= \pi r^2 \\ &= \pi \times 20 \times 20 \text{ cm}^2 \\ &= 1256 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Coût par cm}^2 \text{ de la pizza 1} &= 30 \text{ zeds} / 706,5 \text{ cm}^2 \\ &= 0,04 \text{ zeds/cm}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Coût par cm}^2 \text{ de la pizza 2} &= 40 \text{ zeds} / 1256 \text{ cm}^2 \\ &= 0,03 \text{ zeds/cm}^2\end{aligned}$$

La pizza 2 coûte moins cher par  $\text{cm}^2$  ;  
elle présente donc un meilleur rapport quantité/prix.

# BIBLIOGRAPHIE

Cadre d'évaluation et d'analyse du cycle PISA 2012 - OCDE

Documents ressources pour le cycle 4 (éduscol) : les compétences mathématiques (chercher, modéliser, représenter, calculer, raisonner, communiquer)

«Les compétences à l'école » Rey, Carette, Defrance, Kah, De boeck

« Savoir enseigner dans le secondaire - Didactique générale » Rey, Carette, De Boeck

« Approche par compétences » Mansour - Repère Irem n°88